

Если в ответе выходит нецелое число, округлите его до десятых.

### Алгебра

10. Найдите наибольшее решение уравнения  $(t^2 - 2t - 1)^2 + 3t^2 - 6t - 13 = 0$ .

**Ответ.** 3.

20. Найдите наименьшее решение уравнение  $\sqrt[5]{16 + \sqrt{x}} + \sqrt[5]{16 - \sqrt{x}} = 2$ .

**Ответ.** 256.

30. При каком минимальном значении  $k$  неравенство  $|\frac{x^2 - kx + 1}{x^2 + x + 1}| \leq 3$  справедливо при любом вещественном  $x$ ?

**Ответ.** -5.

40. Для положительных вещественных чисел  $a, b, c$  выполнено равенство  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = a + b + c$ . Для какого минимального  $k$  будет гарантированно выполнено неравенство

$$\frac{1}{(2a + b + c)^2} + \frac{1}{(2b + c + a)^2} + \frac{1}{(2c + a + b)^2} \leq k?$$

**Ответ.** 0.2.

### Комбинаторика

10. Марсоход «Кьюриосити» двигается из левого верхнего угла в правый нижний по клеточному полю  $5 \times 5$ . Он умеет двигаться на две клетки вправо и на одну клетку вниз, но в каждом направлении он может двигаться не более двух раз подряд. Сколько у марсохода есть способов добраться из левого верхнего в правый нижний угол?

**Ответ.** 6.

20. Сколько существует прямоугольников с целыми сторонами и периметром меньше 533?

**Ответ.** 17689.

30. У Гермiony есть стопка из 13 книг для легкого чтения, которые она хочет переложить так, чтобы никакая книга не лежала на той же самой, что и до перекладывания. Сколькими способами она сможет это сделать?

**Ответ.** 2467007773.

40. На координатной плоскости отметили точки, у которых обе координаты целые и по модулю не превосходят пять. Сколько существует равнобедренных прямоугольных треугольников с вершинами в отмеченных точках?

**Ответ.** 6020.

### Теория чисел

10. Найдите наибольшее натуральное число, сумма цифр которого в 100 раз меньше, чем само число.

**Ответ.** 900.

20. В какой степени входит тройка в произведение всех делителей числа 567 000?

**Ответ.** 320.

30. Найдите количество упорядоченных троек  $(d_1, d_2, d_3)$ , состоящих из делителей числа 360, таких что  $d_1 d_2 d_3$  — тоже делитель числа 360.

**Ответ.** 800.

40. Для натурального  $n$  пусть  $s(n)$  обозначает наименьшее неотрицательное число, которое надо вычесть из  $n$ , чтобы получился точный квадрат. Например,  $s(8) = 4$ , а  $s(9) = 0$ . Укажите первые четыре цифры суммы  $s(1) + s(2) + s(3) + \dots + s(40\,000\,000\,000)$ .

**Ответ.** 5333.

## Геометрия

10. Точку  $M$  внутри правильного треугольника соединили с вершинами и получили разбиение исходного треугольника на три меньших. Сколько существует таких  $M$ , что площади получившихся треугольников соотносятся как  $1 : 2 : 3$ ?

**Ответ.** 6.

20. Дан правильный восьмиугольник. Пусть  $R$  — радиус его описанной окружности, а  $r$  — радиус вписанной в него окружности. Найдите отношение  $r/R$ .

**Ответ.** 0.9.

30. Дан треугольник  $ABC$  со сторонам  $AB = 1$ ,  $AC = 4$  и углом  $A$ , равным  $120^\circ$ . Вписанная окружность треугольника касается стороны  $AC$  в точке  $L$ . Найдите  $AL$ .

**Ответ.** 0.2.

40. На гипотенузе  $BC$  равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $X$  и  $Y$  такие, что  $BX : XY : YC = 1 : 2 : \sqrt{3}$ . Найдите угол  $\angle XAY$  (в ответе укажите число градусов).

**Ответ.** 45.